

ПОГОЖИНА И.Н., КИСЛОВА В.А. ВЗАИМОСВЯЗЬ УРОВНЕЙ РАЗВИТИЯ ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОПЕРАЦИЙ У СТАРШИХ ДОШКОЛЬНИКОВ

English version: [Pogozhina I.N., Kislova V.A. The relationship between the logical-mathematical and spatial operations levels in older preschoolers](#)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

[Сведения об авторах](#)

[Литература](#)

[Ссылка для цитирования](#)

В системе логического мышления субъекта выделяют группы логико-математических и пространственно-временных операций. К логико-математическим относят операции классификации, сериации, построения инвариант (понимание принципа сохранения), к пространственно-временным – операции структурирования пространства (линейное упорядочивание, трансформация геометрических форм, реконструкция сенсомоторного пространства на уровне представлений), структурирования времени. Логико-математические операции отображают взаимосвязи и отношения между разрывными, дискретными объектами окружающей действительности, пространственные операции касаются непрерывных объектов. По Пиаже, эти две группы операций развиваются параллельно и синхронно. Цель исследования – изучить на основе эмпирических данных характер взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логико-математическими операциями, с одной стороны, и операциями структурирования пространства и пространственным восприятием – с другой. Для диагностики уровней развития логико-математических и пространственных операций использовались классические методики Пиаже, для диагностики пространственного восприятия – методика «Гештальт-тест» Бендер. Сопоставлены уровни развития децентрации, логических операций классификации, сериации, понимания принципа сохранения (на разном материале), пространственных операций линейного структурирования, трансформации геометрических форм, реконструкции сенсомоторного пространства, пространственного восприятия у 52 испытуемых (5–8 лет). Для статистической обработки данных использовался метод ранговой корреляции Спирмена и множественный регрессионный анализ. Выявлены статистически значимые корреляционные взаимосвязи между: 1) пространственной операцией линейного упорядочивания, с одной стороны, и логической операцией сериации и пониманием принципа сохранения дискретных количеств – с другой; 2) пространственной операцией трансформации геометрических форм и логическими операциями сериации и классификации; 3) пространственным восприятием и пониманием принципа сохранения дискретных количеств и объема. В результате регрессионного анализа обнаружено, что значимым предиктором для показателей развития операции линейного упорядочивания и пространственного восприятия является понимание принципа сохранения дискретных количеств, для трансформации геометрических форм – логические операции «классификация» и «сериация». Сделан вывод о статистическом обосновании гипотезы Пиаже: логико-математические и пространственные операции в системе логического мышления субъекта развиваются взаимосвязанно.

Ключевые слова: логическое мышление, классификация, сериация, понимание принципа сохранения, децентрация, пространственные операции, линейное упорядочивание, трансформация геометрических форм, реконструкция сенсомоторного пространства, Пиаже

Исследование сложных открытых нелинейных систем, в том числе операциональной системы логического мышления субъекта, и разработка моделей их самоорганизации, на основе которых стало бы возможным создание эффективных развивающих программ, предполагает изучение характера взаимосвязей между элементами системы как целого [Князева, Курдюмов, 1992; Степин, 2010; Пригожин, 1991; Сачков, 2001; Степин, 2011; и др.]. В системе логического мышления выделяют по крайней мере две группы операций: логико-математические и пространственно-временные. К логико-математическим относят логические операции классификации, сериации, построения инвариант (понимание принципа сохранения), к пространственно-временным – операции структурирования пространства (линейное упорядочивание, трансформация геометрических форм, реконструкция сенсомоторного пространства на уровне представлений) и структурирования времени [Пиаже, 1994; Пиаже, Инхельдер, 2003; Bloom, Hastings, Madaus, 1971; Piaget, Inhelder, 1966, 1967; и др.]. Эти операции, особенно операции логико-математической группы, широко изучаются с точки зрения их феноменологического описания, разработки диагностических процедур, возможностей формирования. Вместе с тем последовательность появления операций в системе логического мышления субъекта и характер взаимосвязи между ними до сих пор изучены недостаточно полно и затрагивают лишь группу логико-математических операций [см., например, Астахова, Погожина, 2003; Погожина, 2010, 2011; Погожина, Люй, 2009].

Само понимание пространственных операций как операций, входящих в систему логического мышления субъекта, обычно рассматривается в контексте анализа проблемы конструирования субъективной реальности и представлено в литературе неоднозначно. В элементарной геометрии почти единогласно приняты пространственные представления, основанные на аксиоматике Евклида: линии, углы, квадраты и круги, единицы измерения и т.д. Эмпирические исследования перцепции, визуальных, осязательных «хороших форм» подтверждают наличие у индивида этих пространственных представлений. С другой стороны, анализ геометрических понятий демонстрирует, что начальные пространственные представления у субъекта являются не евклидовыми, а «топологическими», то есть созданными только на основе качественного соотношения двойной континуальности, апеллирующей к понятиям «соединение и разделение», «окружение и порядок» и т.п., но без учета проективности и сохранения расстояния. По мнению Пиаже (Piaget) и его коллег, пространственные представления детей, прежде чем стать одновременно проективными и евклидовыми, носят топологический характер и возникают как результат операторной (двигательной) активности и элементарной топологической интуиции субъекта [Пиаже, 1994; Пиаже, Инхельдер, 2003; Piaget, Inhelder, 1966; и др.].

С раннего детства у ребенка формируются понятия о пространстве: форма, величина, соотношения фигур и их частей в пространстве, локализация объектов и т.п. [Бауэр, 1985; Якиманская, 1980; и др.]. Взаимодействуя с погремушкой, соской, ребенок познает «близкое» пространство. «Далеким» пространством он овладевает, начиная самостоятельно передвигаться. По Пиаже вначале для ребенка не существует единого пространства, в котором объективно (независимо от субъекта) и взаимосвязанно находятся все объекты и он сам. Существует набор разных пространств, которые центрированы на теле субъекта. Постепенно, по мере развития ребенка, эти пространства начинают координироваться между собой и пространственные представления претерпевают значительные изменения, формируются представления о константности объектов, существующих независимо от субъекта в едином с ним пространстве (сенсомоторная стадия развития интеллекта). На стадии конкретно-операционального мышления развитие пространственных представлений продолжается: на базе топологических структур формируются проективные структуры, а затем метрические. При этом логико-математические и пространственные структуры изоморфны друг другу. Например, процесс построения инвариант (понятий о сохранении) тесно связан с развитием умения соотносить различные пространственные параметры объектов между собой [Пиаже, 1994, с. 141–213, с. 594–628; Пиаже, Инхельдер, 2003]. Если с помощью логико-математических операций отображаются взаимосвязи и отношения между разрывными, дискретными объектами окружающей действительности, то пространственные операции «...касаются непрерывных объектов и основаны на соседствах и на разбивках на серии. Эти операции строятся параллельно с логико-арифметическими операциями и в синхронности с ними...» [выделено нами] [Пиаже, Инхельдер, 2003, с. 105–106]. Вместе с тем эмпирических проверок взаимосвязей между уровнями развития логико-математических и пространственно-временных операций не проводилось, как и статистического анализа, поэтому описание характера взаимосвязи между двумя группами операций в системе логического мышления субъекта остается актуальным.

## Эмпирическое исследование

### Цели исследования

Установить на основе эмпирических данных характер взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логическими операциями классификации, сериации, пониманием принципа сохранения, с одной стороны, и операциями структурирования пространства – с другой.

### Гипотеза

Существуют статистически значимые взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логическими операциями классификации, сериации, пониманием принципа сохранения и операциями структурирования пространства у детей дошкольного возраста.

### Выборка

В исследовании приняли участие 52 испытуемых в возрасте от 5 до 8 лет. Базами для эмпирического исследования послужили:

- 1) Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы «Гимназия № 1541», структурное подразделение дошкольного образования №2;
- 2) Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение №63, г. Миасс, Челябинская область.

## Методики

Для оценки уровней развития элементов операциональной системы субъекта использовались следующие методики.

Для диагностики способности к децентрации – модифицированная методика «Три горы» [Пиаже, Инельдер, 2003; Piaget, Inhelder, 1967; Погожина, Люй, 2009].

Для диагностики уровней развития логико-математических операций классификации, сериации, понимания принципа сохранения и пространственных операций линейного упорядочивания, трансформации геометрических форм, реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений – методики, разработанные в рамках концепции Пиаже [Пиаже, 1994; Пиаже, Инельдер, 2003; Bloom, Hastings, Madaus, 1971].

Для диагностики уровня развития пространственного восприятия – гештальт-тест Бендер (Bender Visual-Motor Gestalt Test) [Белопольский, Лови, 2008]. Несмотря на то что цель этой методики – диагностика пространственного восприятия, по материалу и процедуре она, на наш взгляд, очень близка методике Пиаже «реконструкция сенсомоторного пространства на уровне представлений», но имеет более четкие и формализованные критерии оценки. Мы выбрали данную методику как дополняющую методики Пиаже и анализировали полученные на ее основе результаты в одном ряду с результатами диагностики пространственных операций, хотя и сохранили термин «пространственное восприятие» при описании и обсуждении полученных результатов.

## Критерии оценки и стадии развития

### Стадии развития способности к децентрации

Стадия I. Отсутствие децентрации. Ребенок не понимает различий между своей перспективой и перспективой другого наблюдателя. Как следствие, дети выбирают тот вид, который наблюдают сами, независимо от того, какую позицию занимает другое лицо.

Стадия II. Частичная децентрация. Ребенок понимает некоторые отношения между объектами. В первую очередь он усваивает отношение «спереди–сзади», но еще не может учесть все пространственные взаимосвязи одновременно. Даже если отношение «спереди–сзади» оценивается правильно с точки зрения другого

наблюдателя, перспектива «слева–справа» остается соответствующей исходной позиции ребенка, а не тому, что видно с иной позиции.

Стадия III. Полная децентрация. Все пространственные отношения рассматриваются одновременно, и ребенок дает правильные ответы на вопросы о том, как выглядит та или иная ситуация, если ее рассматривать с разных точек зрения.

#### Стадии развития операции классификации

Стадия I. Графические коллекции. Ребенок использует пространство как принцип группирования объектов и упорядочивает объекты в пространственную модель относительно объективного сходства между ними, постоянно меняя основания группирования. Не может составить ни одной дихотомии.

Стадия II. Неграфические коллекции. Ребенок группирует объекты соответственно их сходствам и различиям, способен составить 1, 2, 3 и т.д. дихотомии одного и того же набора объектов (коллекции), но не может соотносить объем класса объектов с объемами входящих в него подклассов. Например, он говорит, что больше красных фигурок, чем бумажных.

Стадия III. Операциональная классификация. Ребенок способен составить все дихотомии в рамках заданного набора объектов и координировать количественные и качественные аспекты классификации. Например, он говорит, что больше бумажных фигурок, чем красных.

#### Стадии развития операции сериации

Стадия I. Неправильная сериация, полученная путем проб и ошибок. Составление случайной неправильной серии или небольших правильных серий по 2, 3 или 4 элемента (из 10).

Стадия II. Перцептивная сериация. Верная сериация, полученная в процессе проб и ошибок на основе обратной перцептивной связи.

Стадия III. Операциональная сериация. Правильная сериация, полученная путем систематического подбора объектов. Например, ребенок уравнивает все палочки по одному концу перед их упорядочиванием, а затем подбирает палочки в последовательности от больших к меньшим (или, наоборот, от меньших к большим) без проб и ошибок и независимо от перцептивной конфигурации серий.

#### Стадии развития понимания принципа сохранения

Стадия I. Нет ни эквивалентности, ни сохранения. Ребенок уверен, что количество (дискретных объектов, жидкости и т.п.) изменяется в соответствии с изменениями пространственных характеристик объекта, и пытается выстроить одинаковые пространственные границы, вместо того чтобы установить взаимно однозначные соответствия.

Стадия II. Эквивалентность может быть установлена, но понимания принципа сохранения нет. Ребенок начинает сомневаться в изменении количества в ситуациях изменения пространственных параметров объектов. Он признает неравенство, если неравное количество вещества (вода), дискретных количеств и др. занимают одинаковое место в пространстве по какому-либо одному признаку и неодинаковое по второму. Однако когда пространственная конфигурация меняется таким образом, что одинаковое количество занимает неодинаковое место в пространстве, ребенок начинает рассуждать, исходя из пространственных границ. Например, говорит, что прямой шнурок длиннее зигзагообразного.

Стадия III. Устанавливаются и эквивалентность, и сохранение. Ребенок связывает воедино взаимные изменения характеристик объектов и трансформации, которые привели к этим изменениям. Появляется операциональная обратимость. Сохранение становится логической необходимостью, которую ребенок может объяснить одной из следующих причин: 1) идентичность: мы ничего не добавляем и не убавляем; 2) реципрокность: учет взаимного изменения параметров ситуации (ниже, но шире, выше, но уже и т.п.); 3) инверсия: мы можем вернуть объекты обратно, и ситуация станет такой, какой была раньше.

#### Стадии развития линейного упорядочивания

Стадия I. Способность к линейному упорядочиванию отсутствует. Ребенок не может скопировать последовательность выстроенных в линию объектов. Например, он выбирает из предложенной группы объектов (коллекции) правильные, но нарушает их последовательность в ряду.

Стадия II. Линейное упорядочивание частично сформировано. Ребенок может выполнить прямое копирование выстроенных в линию объектов, а также прямое копирование, при котором требуется расположить объекты на большем расстоянии друг от друга, чем это дано в образце. Но еще не может расположить объекты в обратном линейном порядке относительно заданного образца (выполнить обратное копирование): расположить 1-й объект ряда-образца в конце своего ряда, 2-й объект ряда-образца – предпоследним в своем ряду и т.д.

Стадия III. Линейное упорядочивание сформировано. Ребенок может выполнить прямое копирование выстроенных в линию объектов, прямое копирование, при котором требуется расположить объекты на большем расстоянии друг от друга, чем это дано в образце, а также обратное копирование объектов.

#### Стадии развития трансформации геометрических форм

Стадия I. Способность к трансформации геометрических форм не сформирована. Ребенок не может соединить части разрезанной фигуры вместе и сложить бумажную фигуру таким образом, чтобы из нее после трансформации получилась фигура-образец.

Стадия II. Способность к трансформации геометрических форм сформирована частично. Ребенок может соединить части разрезанной фигуры вместе и сложить бумажную фигуру таким образом, чтобы из нее после трансформации получилась фигура-образец, но действует при этом методом проб и ошибок, или после демонстрации экспериментатором способа решения.

Стадия III. Способность к трансформации геометрических форм сформирована. Ребенок может правильно соединить части разрезанной фигуры вместе и сложить бумажную фигуру таким образом, чтобы из нее после трансформации получилась фигура-образец сразу, без проб и ошибок.

Стадии развития реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений

Стадия I. Составная структура. Ребенок способен правильно передать в рисунке форму образца, конструировать прямую линию, но нет ни одной параллели, углы еще не определены.

Стадия II. Сходная структура. Ребенок способен правильно передать в рисунке форму образца, конструировать прямые и параллельные линии, углы и пропорции, но нет точных длин.

Стадия III. Эвклидова структура. Ребенок способен правильно передать в рисунке форму образца, конструировать прямые и параллельные линии, углы, пропорции и точные длины (полностью верное структурирование).

Уровень развития пространственного восприятия

Уровень развития пространственного восприятия определяется общей суммой баллов, полученных за копирование 9 изображений. Каждый из 9 рисунков оценивается по трем параметрам: 1) выполнение углов; 2) ориентация элементов в пространстве листа и друг относительно друга; 3) взаимное расположение элементов (форма, размеры, расстояние между элементами фигуры и т.п.). Начисляется количество баллов (показатель ошибок копирования) за каждый рисунок. Чем баллов меньше (чем меньше ошибок при копировании), тем уровень развития выше.

Процедура

Процесс исследования представлял собой индивидуальные занятия с испытуемыми. С каждым была проведена одна встреча продолжительностью от 30 до 50 минут. Дети выполняли предлагаемые экспериментатором диагностические задания в следующей последовательности: 1) гештальт-тест Бендер; 2) диагностика: а) децентрации; б) сериации; в) классификации; г) понимания принципа сохранения (дискретных количеств, объема, длины); д) трансформации геометрических форм; е) линейного упорядочивания; ж) реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений. На основе полученных диагностических данных определялась стадия развития изучаемых элементов логического мышления каждого испытуемого.

Статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета программ IBM SPSS Statistics 20.0.

## Результаты

В табл. 1–3 представлены описательные статистики полученных результатов. В табл. 1 – обобщенные результаты диагностики способности к децентрации, уровней развития логических операций классификации, сериации, понимания принципа сохранения, пространственных операций линейного упорядочивания, трансформации геометрических форм, реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений и пространственного восприятия. В табл. 3 – минимальные и максимальные значения, среднее значение, стандартное отклонение для каждого показателя по всей выборке испытуемых.

Таблица 1

Частоты распределения уровней развития элементов мышления по выборке испытуемых (N = 52), статистики

		Валидные	Пропущенные
Децентрация		52	0
Классификация		52	0
Сериация		52	0
Сохранение	Сохранение дискретных количеств	52	0
	Сохранение длины	52	0
	Сохранение объема	52	0
Пространственные операции	Линейное упорядочивание	52	0
	Трансформация геометрических форм	52	0
	Реконструкция сенсомоторного пространства	52	0
Пространственное восприятие (гештальт-тест Бендер)		52	0

Таблица 2

Частоты распределения уровней развития элементов мышления по выборке испытуемых (N = 52), частотная таблица

Стадия развития	Частота	Процент	Валидный
-----------------	---------	---------	----------



				процент
Децентрация	I	3	5,8	5,8
	II	12	23,1	23,1
	III	37	71,2	71,2
	Итого	52	100,0	100,0
Классификация	I	2	3,8	3,8
	II	41	78,8	78,8
	III	9	17,3	17,3
	Итого	52	100,0	100,0
Сериация	I	3	5,8	5,8
	II	42	80,8	80,8
	III	7	13,5	13,5
	Итого	52	100,0	100,0
Сохранение дискретных количеств	I	26	50,0	50,0
	II	18	34,6	34,6
	III	8	15,4	15,4
	Итого	52	100,0	100,0
Сохранение длины	I	38	73,1	73,1
	II	9	17,3	17,3
	III	5	9,6	9,6
	Итого	52	100,0	100,0
Сохранение объема	I	38	73,1	73,1
	II	9	17,3	17,3
	III	5	9,6	9,6
	Итого	52	100,0	100,0
Линейное упорядочивание	I	1	1,9	1,9
	II	14	26,9	26,9
	III	37	71,2	71,2
	Итого	52	100,0	100,0
Трансформация геометрических форм	II	6	11,5	11,5
	III	46	88,5	88,5
	Итого	52	100,0	100,0
Реконструкция сенсомоторного пространства	I	6	11,5	11,5
	II	32	61,5	61,5
	III	14	26,9	26,9
	Итого	52	100,0	100,0
	Количество ошибок (баллы)	Частота	Процент	Валидный процент
Пространственное восприятие (	20,00	1	1,9	1,9

гештальт-тест Бендер)	22,00	1	1,9	1,9
	23,00	1	1,9	1,9
	25,00	1	1,9	1,9
	29,00	3	5,8	5,8
	30,00	3	5,8	5,8
	32,00	1	1,9	1,9
	33,00	3	5,8	5,8
	35,00	2	3,8	3,8
	36,00	3	5,8	5,8
	39,00	1	1,9	1,9
	40,00	3	5,8	5,8
	44,00	5	9,6	9,6
	45,00	4	7,7	7,7
	48,00	3	5,8	5,8
	50,00	1	1,9	1,9
	54,00	1	1,9	1,9
	55,00	2	3,8	3,8
	56,00	2	3,8	3,8
	59,00	1	1,9	1,9
	60,00	1	1,9	1,9
	62,00	2	3,8	3,8
	64,00	1	1,9	1,9
	70,00	1	1,9	1,9
	71,00	2	3,8	3,8
	73,00	1	1,9	1,9
	95,00	1	1,9	1,9
	98,00	1	1,9	1,9
Итого	52	100,0	100,0	

Примечания. Здесь римские цифры I, II, III – стадии развития децентрации, логических операций классификации, сериации, понимания принципа сохранения (на разном материале), пространственных операций линейного упорядочивания, трансформации геометрических форм, реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений: I – не сформировано; II – частично сформировано; III – сформировано в полном объеме.

Таблица 3

Описательные статистики для каждого показателя по выборке испытуемых (N = 52)

	Минимум	Максимум	Среднее	Стандартное отклонение
Децентрация	1	3	2,6538	0,59027

Классификация	1	3	2,1346	0,44408
Сериация	1	3	2,0769	0,43594
Сохранение дискретных количеств	1	3	1,6538	0,73790
Сохранение длины	1	3	1,3654	0,65765
Сохранение объема	1	3	1,3654	0,65765
Линейное упорядочивание	1	3	2,6923	0,50637
Трансформация геометрических форм	2	3	2,8846	0,32260
Реконструкция сенсомоторного пр-ва	1	3	2,1538	0,60665
Пространственное восприятие (гештальт-тест Бендер)	20	98	45,9615	16,91845

Как видно из представленных выше результатов, элементы операциональной системы мышления сформированы у испытуемых неравномерно. Подробный анализ неравномерности развития разных элементов в системе мышления ребенка представлен в обсуждении результатов.

Для выявления характера взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логическими операциями классификации, сериации, пониманием принципа сохранения, с одной стороны, и пространственными операциями линейного структурирования, трансформации геометрических форм, реконструкции сенсомоторного пространства, уровнем развития пространственного восприятия, с другой, была проведена статистическая обработка данных. Использовались: метод корреляционного анализа Спирмена ( $\rho$  Spearman), множественный регрессионный анализ. Обработка данных проводилась с помощью пакета статистических программ IBM SPSS Statistics 20.0. Парно сравнивались показатели каждой логико-математической операции и децентрации с показателями пространственных операций и пространственного восприятия.

Статистические гипотезы:

H0 – отсутствуют статистически значимые взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логическими операциями классификации, сериации, пониманием принципа сохранения, с одной стороны, и операциями структурирования пространства, с другой стороны, у детей старшего дошкольного возраста.

H1 – существуют статистически значимые взаимосвязи между уровнями развития децентрации, логическими операциями классификации, сериации, пониманием принципа сохранения, с одной стороны, и операциями структурирования пространства, с другой стороны, у детей старшего дошкольного возраста.

Результаты корреляционного анализа взаимосвязей между уровнями развития логико-математических и пространственных операций представлены в табл. 4.

Таблица 4

Корреляционные взаимосвязи между показателями децентрации, логико-математическими, пространственными операциями, пространственным восприятием ( $\rho$  Spearman, N = 52)

	Линейный порядок	Трансформация геометрических форм	Реконструкция сенсомоторного пространства	Пространственное восприятие (Бендер)
Децентрация	0,053	0,020	0,008	-0,154
Классификация	0,181	0,361**	-0,040	-0,051
Сериация	0,296*	0,333*	0,144	-0,204
Сохранение дискретных количеств	0,403**	0,092	0,196	-0,359**
Сохранение длины	0,105	0,217	-0,072	-0,117
Сохранение объема	0,189	0,217	0,053	-0,322*

Примечания. \*\* Корреляция значима на уровне 0,01 (2-сторонняя). \* Корреляция значима на уровне 0,05 (2-сторонняя).

Как видно из табл. 4, для операции «линейное упорядочивание» обнаружена статистически значимая положительная взаимосвязь с логической операцией сериации ( $p < 0,05$ ) и пониманием принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,01$ ). Для операции трансформации геометрических форм выявлена статистически значимая положительная взаимосвязь с логическими операциями классификации ( $p < 0,01$ ) и сериации ( $p < 0,05$ ). Статистически значимые корреляции были также обнаружены между показателями пространственного восприятия (гештальт-тест Бендер) и пониманием принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,01$ ) и объема ( $p < 0,05$ ). Отметим, что отрицательные коэффициенты корреляции в данном случае означают, что чем выше уровень развития понимания принципа сохранения, тем меньше ошибок допускает ребенок в гештальт-тесте Бендер. Таким образом, принимается H1 в отношении переменных «классификация», «сериация», «сохранение дискретных количеств», «сохранение объема», с одной стороны, и

«линейное упорядочивание», «трансформация геометрических форм», «пространственное восприятие» – с другой.

Так как коэффициенты корреляции, являясь парными показателями, отражают взаимосвязь двух переменных без учета влияния остальных и не учитывают взаимодействия переменных между собой, для анализа полученных данных мы дополнительно использовали метод множественного регрессионного анализа, который позволяет точнее оценить характер связи между переменными. Тот факт, что в данных имеются значимые взаимосвязи, указывает на возможность построения приемлемых регрессионных моделей. Результаты регрессионного анализа представлены в табл. 5–6.

Таблица 5  
Коэффициенты регрессии для зависимых переменных

Линейное упорядочивание					
Независимые переменные	Нестандартизован. коэффициенты		Стандартизован. ан. коэффициенты	t	Значимость
	B	Стандартная ошибка	Бета		
(Constant)	2,248	0,161		13,922	0,000
Сохранение дискр. колич.	0,269	0,089	0,392	3,009	0,004
Трансформация геометрических форм					
(Constant)	1,906	,258		7,379	0,000
Классификац.	,248	0,092	0,341	2,692	0,010
Сериация	0,217	0,094	0,293	2,312	0,025
Пространственное восприятие					
(Constant)	58,569	5,529		10,593	0,000
Сохранение дискретных количеств	-7,623	3,058	-0,332	-2,493	0,016

Таблица 6  
Регрессионные взаимосвязи между показателями логико-математических, пространственных операций, пространственным восприятием (N = 52)

Независимые переменные	Зависимые переменные		
	Линейный порядок	Трансформация геометрических форм	Пространственное восприятие (гештальт-тест Бендер)
Классификация	-	0,341*	-

Сериация	-	0,293*	-
Сохранение дискретных количеств	0,392*	-	-0,332*

Примечания. \*Предиктор значим на уровне 0,05.

Коэффициенты регрессии, представленные в табл. 5–6, указывают на силу связи зависимой переменной (пространственных операций, пространственного восприятия) и предикторов (логико-математических операций). Значимым предиктором для пространственной операции линейного упорядочивания является понимание принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,05$ ). Данная переменная имеет относительно высокий положительный коэффициент, что означает, что дети с более высоким уровнем развития понимания принципа сохранения дискретных количеств имеют также более высокий уровень развития операции линейного упорядочивания. Предикторами для операции трансформации геометрических форм являются логические операции «классификация» и «сериация» ( $p < 0,05$ ). Данные переменные также имеют относительно высокий положительный коэффициент, следовательно, дети с более высокими уровнями развития операций сериации и классификации имеют также более высокий уровень развития операции трансформации геометрических форм. Значимым предиктором для пространственного восприятия является понимание принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,05$ ). Отрицательный коэффициент означает, что дети с более высоким уровнем понимания принципа сохранения дискретных количеств делают меньше ошибок в гештальт-тесте Бендер, а значит, уровень развития пространственного восприятия у них выше.

## Обсуждение результатов

Как видно из табл. 1–3, элементы операциональной системы мышления сформированы у испытуемых неравномерно. Отметим, что в нашей выборке отсутствуют испытуемые (0%), у которых не сформирована пространственная операция трансформации геометрических форм (I стадия), лишь у незначительного количества детей не сформированы пространственные операции линейного упорядочивания (1,9%) и реконструкции сенсомоторного пространства (11,5%). Среди пространственных операций хуже всего в полном объеме развита операция реконструкции сенсомоторного пространства на уровне представлений (III стадия – 26,9%). Пространственные операции линейного упорядочивания полностью сформированы у 71,2% испытуемых, а трансформации геометрических форм – у 88,5% (это самый высокий показатель развития среди изучаемых нами переменных). Неравномерность развития характерна и для логико-математических операций. Если логические операции классификации и сериации находятся на I стадии всего у 3,8% и 5,8% испытуемых соответственно, то понимание принципа сохранения – от половины (сохранение дискретных количеств) до 73,1% (сохранение длины и объема) всех испытуемых выборки. Что касается высшего уровня развития логико-математических

операций, то здесь картина более-менее равномерная: лишь немногие дети достигли III стадии. Эти данные позволяют предположить, что пространственные операции и логические операции классификации и сериации формируются у детей быстрее, чем понимание принципа сохранения. При этом у значительного числа испытуемых пространственные операции характеризуются в целом более высоким уровнем развития, чем логико-математические (включая классификацию и сериацию). Возможно, они формируются раньше и оказывают определенное влияние на развитие других элементов логического мышления ребенка.

Статистические методы анализа данных ( $r$  Спирмена) показали, что статистически значимые взаимосвязи не фиксируются между всеми изучаемыми нами показателями (табл. 4). Выявлены статистически значимые зависимости между уровнями развития следующих логико-математических и пространственных операций: между сериацией, сохранением дискретных количеств и линейным упорядочиванием; между классификацией, сериацией и трансформацией геометрических форм; между сохранением дискретных количеств, объема и пространственным восприятием. Отметим отсутствие статистически значимых корреляционных зависимостей между операцией реконструкции сенсомоторного пространства и логико-математическими операциями. На наш взгляд, это связано с тем, что данная операция в большей степени требует развития не содержания (состава, структуры), а плана, в котором субъект способен совершать действие. Вероятно, можно говорить о том, что результаты выполнения диагностических заданий в рамках изучения данного показателя характеризуют не структурный состав пространственной операции, а уровень функционирования других логических операций: переход от сенсомоторного уровня развития мышления – к образному. В свою очередь, другие логические операции (сериация, классификация и др.) требуют уже развитого образного мышления. Отсутствие статистически значимых взаимосвязей между способностью к децентрации и показателями развития пространственных операций, на наш взгляд, может объясняться тем, что децентрация требует развития гораздо более высокой степени абстрагирования, чем изучаемые в нашем исследовании пространственные операции, и характеризует собой более высокий уровень развития системы операционального мышления субъекта в целом. Поэтому, возможно, ее показатели до определенного момента значимо не связаны с процессами становления пространственных операций.

Особый интерес для интерпретации результатов, наряду с корреляционными взаимосвязями, представляют регрессионные модели. На рис. 1 отображены значимые взаимосвязи логико-математических и пространственных операций, выявленные в результате регрессионного анализа.



Рис. 1. Взаимосвязи логико-математических и пространственных операций, выявленные в результате регрессионного анализа.

Как видно на рис. 1 и из табл. 5–6, предиктор «понимание принципа сохранения дискретных количеств» оказался наиболее значимым для пространственной операции «линейное упорядочивание» и пространственного восприятия. Такие результаты соответствуют теоретическим допущениям Пиаже, который полагал, что генезис пространства в сенсомоторном интеллекте подчинен прогрессирующей организации движений. Структура таких движений вырабатывается постепенно и в результате достигает состояния равновесия моторной организации: структуры «группы». А одними из условий равновесия структурных компонентов выступают возвраты (обратимость) и сохранения позиций (идентичность). Вместе с тем обратимость и идентичность, наряду с другими условиями (комбинативностью, ассоциативностью, тавтологией), обеспечивают равновесие элементарных группировок (в том числе логических операций классификации, сериации), а появление группировок, в свою очередь, связано с построением инвариантов, то есть понятий сохранения [Пиаже, 1994]. Это и объясняет тесную взаимосвязь между уровнями развития логико-математических операций в целом и пониманием принципа сохранения дискретных количеств, в частности уровнем развития пространственных операций. Ведь именно обратимость и идентичность входят в состав как пространственных, так и логико-математических операций.

По результатам исследования, логические операции «классификация» и «сериация» выступили значимыми предикторами для пространственной операции трансформации геометрических форм. Однако в данном случае стоит сделать несколько оговорок. Операция трансформации геометрических форм требует более



тщательного теоретического анализа с точки зрения вычленения ее компонентов и структуры. Она не описана подробным образом в теоретических работах и имеет слабый, на наш взгляд, методический аппарат. В частности, задания, предъявляемые детям, очень простые. В первой части задания ребенка просят сложить дважды квадрат, чтобы получить треугольник, во второй части задания необходимо соединить четыре части разрезанного круга. Как видно из табл. 1, ни один ребенок не показал полное отсутствие сформированности данной операции, а среднее значение по выборке равно 2,8846, что является самым высоким показателем среди результатов выполнения всех методик.

В целом полученные нами результаты позволяют сделать вывод о существовании взаимосвязи между уровнями развития логико-математических операций, с одной стороны, и пространственных операций, с другой, на статистически значимом уровне. Однако стоит сделать оговорку. Необходимого уровня значимости достигают не все взаимосвязи. С уровнем развития логико-математических операций связаны операции линейного упорядочивания, трансформации геометрических форм и уровень развития пространственного восприятия субъекта.

## Выводы

В результате эмпирического исследования установлено следующее.

1. Получила статистическое обоснование гипотеза Пиаже о том, что логико-математические и пространственные операции в системе логического мышления субъекта развиваются взаимосвязанно.
2. Выявлены статистически значимые положительные корреляционные взаимосвязи:
  - 1) между уровнем развития пространственной операции линейного упорядочивания, с одной стороны, и уровнем развития логической операции сериации ( $p < 0,05$ ) и пониманием принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,01$ ) – с другой;
  - 2) между уровнем развития пространственной операции трансформации геометрических форм, с одной стороны, и уровнями развития логических операций сериации ( $p < 0,05$ ) и классификации ( $p < 0,01$ ) – с другой;
  - 3) между уровнем развития пространственного восприятия, с одной стороны, и уровнями развития понимания принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,01$ ) и пониманием принципа сохранения объема ( $p < 0,05$ ) – с другой. Это свидетельствует о том, что при повышении уровня развития одной из этих операций повышается уровень развития и другой.
3. В результате регрессионного анализа обнаружено, что:
  - 1) значимым предиктором для показателей развития пространственной операции линейного упорядочивания и пространственного восприятия является понимание принципа сохранения дискретных количеств ( $p < 0,05$ ). Это означает, что понимание принципа сохранения дискретных количеств вносит наибольший вклад в уровень

развития операции линейного упорядочивания и пространственного восприятия (дети с более высоким уровнем понимания принципа сохранения дискретных количеств делают меньше ошибок в гештальт-тесте Бендер, а значит, уровень развития пространственного восприятия у них выше);  
2) значимыми предикторами для показателей развития пространственной операции трансформации геометрических форм выступают логические операции классификации и сериации ( $p < 0,05$ ). Это означает, что уровни развития операций классификации и сериации вносят наибольший вклад в уровень развития операции трансформации геометрических форм.

### Литература

Астахова И.В., Погожина И.Н. О взаимосвязи уровней развития логических операций классификации, сериации и сохранения у детей дошкольного возраста. Вестник Московского университета. Серия 14. Психология, 2003, No. 3, 52–61.

Бауэр Т. Психическое развитие младенца. М.: Прогресс, 1985.

Белопольский В.И., Лови О.В. Зрительно-моторный Бендер гештальт тест. М.: Когито-Центр, 2008.

Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Синергетика как новое мировидение: диалог с И.Пригожиным. Вопросы Философии, 1992, No. 12, 3–20.

Пиаже Ж. [Piaget J.] Избранные психологические труды. М.: Международная педагогическая академия, 1994.

Пиаже Ж. [Piaget J.], Инхельдер Б. [Inhelder B.] Психология ребенка. СПб.: Питер, 2003.

Погожина И.Н. Децентрация у дошкольников: эмпирический анализ феномена, или что на самом деле диагностируют методики Хьюза и Пиаже. Вестник Московского университета. Серия 14. Психология, 2011, No. 3, 132–143.

Погожина И.Н. Обучение дошкольников принципу сохранения через формирование структуры логических операций классификации и сериации. Вестник Московского университета. Серия 14. Психология, 2010, No. 3, 65–75.

Погожина И.Н., Люй Г. Влияние умения децентрироваться на уровень сформированности конкретно-операциональных структур у старших дошкольников. Вестник Московского университета. Серия 14. Психология, 2009, No. 1, 45–55.

Пригожин И. Философия нестабильности. Вопросы философии, 1991, No. 6, 46–57.

Сачков Ю.В. К синтезу парадигм (концепций) жесткой детерминации и вероятностной детерминации. Философия науки. Выпуск 7: Формирование современной естественнонаучной парадигмы. М.: Институт философии РАН, 2001, 148–175.

Степин В.С. (Ред.) Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2010. Т. 1–4.

Степин В.С. История и философия науки. М.: Академический проект; Трикста, 2011.

Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. М.: Просвещение, 1980.

Bloom B.S., Hastings J.T., Madaus G.F. Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York, NY: McGraw-Hill, 1971.

Piaget J., Inhelder B. L'image mentale chez l'enfant. Paris: PUF, 1966.

Piaget J., Inhelder B. The child's conception of space. New York, NY: W.W. Norton, 1967.

Поступила в редакцию 17 июня 2015 г. Дата публикации: 28 октября 2016 г.

#### [Сведения об авторах](#)

Погожина Ирина Николаевна. Кандидат психологических наук, доцент, кафедра психологии образования и педагогики, факультет психологии, Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, ул. Моховая, д. 11, стр. 9, 125009 Москва, Россия.

E-mail: [pogozhina@mail.ru](mailto:pogozhina@mail.ru)

Кислова Варвара Андреевна. Социальный педагог, ГБОУ Гимназия №1541, пр. Вернадского, д. 55, 119415 Москва, Россия.

E-mail: [varvarochka.289@gmail.com](mailto:varvarochka.289@gmail.com)

#### [Ссылка для цитирования](#)

Стиль psystudy.ru

Погожина И.Н., Кислова В.А. Взаимосвязь уровней развития логико-математических и пространственных операций у старших дошкольников. Психологические исследования, 2016, 9(49), 11. <http://psystudy.ru>

Стиль ГОСТ

Погожина И.Н., Кислова В.А. Взаимосвязь уровней развития логико-математических и пространственных операций у старших дошкольников // Психологические исследования. 2016. Т. 9, № 49. С. 11. URL: <http://psystudy.ru> (дата обращения: чч.мм.гггг)

[Описание соответствует ГОСТ Р 7.0.5-2008 "Библиографическая ссылка". Дата обращения в формате "число-месяц-год = чч.мм.гггг" – дата, когда читатель обращался к документу и он был доступен.]

Адрес статьи: <http://psystudy.ru/index.php/num/2016v9n49/1330-pogozhina49.html>

[К началу страницы >>](#)